$$3\cos 2x + sin^2x + 5\sin x\cos x = 0$$

Применяем формулу косинуса двойного угла

$$3\,cos^2x - 3\,sin^2x + sin^2x + 5\sin x\cos x = 0$$

$$3\,cos^2x - 2\,sin^2x + 5\sin x\cos x = 0$$

Косинус х не равен нулю, т.к. при этом данное выражение не выполняется. Поэтому разделим обе части на косинус в квадрате:

$$3\ -2\,tg^2\,x + 5\,\mathrm{tg}\,x = 0$$

Пусть $\mathrm{tg}\,x = t$, тогда получается квадратное уравнение

$$2t^2 - 5t - 3 = 0$$

$$D = 5^2 + 4\cdot 2\cdot 3 = 49$$

$$t_1 = \frac{5-\sqrt{49}}{2\cdot 5} = 0.2$$

$$t_2 = \frac{5+\sqrt{49}}{2\cdot 5} = 1.2$$

Возвращаемся к старой переменной

1) $\mathrm{tg}\,x = 0{,}2$

$$x = arctg(0.2) + \pi k, \quad k \in Z$$

2) $\mathrm{tg}\,x = 1.2$

$$x = arctg(1.2) + \pi n, \quad n \in Z$$

Ответ: $arctg(0.2) + \pi k, \quad arctg(1.2) + \pi n, \quad k, n \in Z$